

Lezione

TECNICA DELLE COSTRUZIONI

Prof. Pier Paolo Rossi

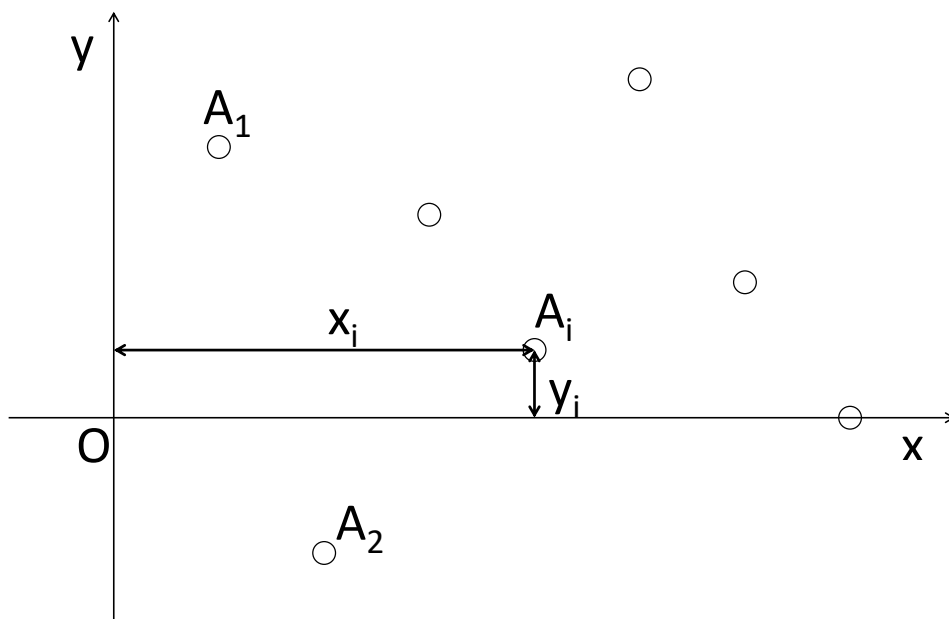
Università degli Studi di Catania

Richiami di Geometria delle Masse

Momento Statico

Definizione

Con riferimento ad un insieme di n aree concentrate A_i , si definisce Momento Statico delle Aree rispetto all'asse x

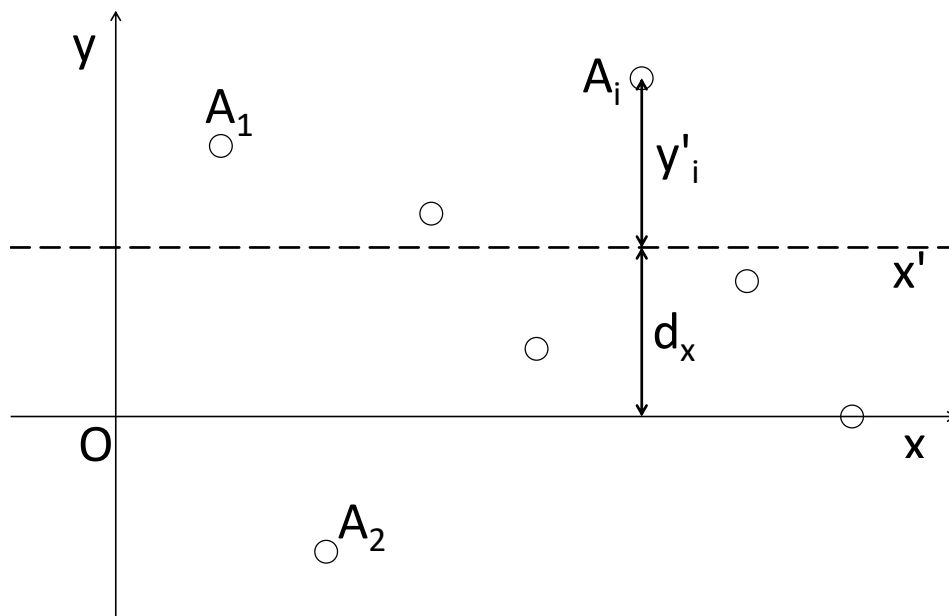


$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i y_i$$

Momento Statico

Calcolo rispetto ad un asse parallelo ad x

Con riferimento ad un insieme di n aree concentrate A_i , il momento statico rispetto ad un asse x' posto a distanza d_x dall'asse x è



$$y_i = y'_i + d_x$$

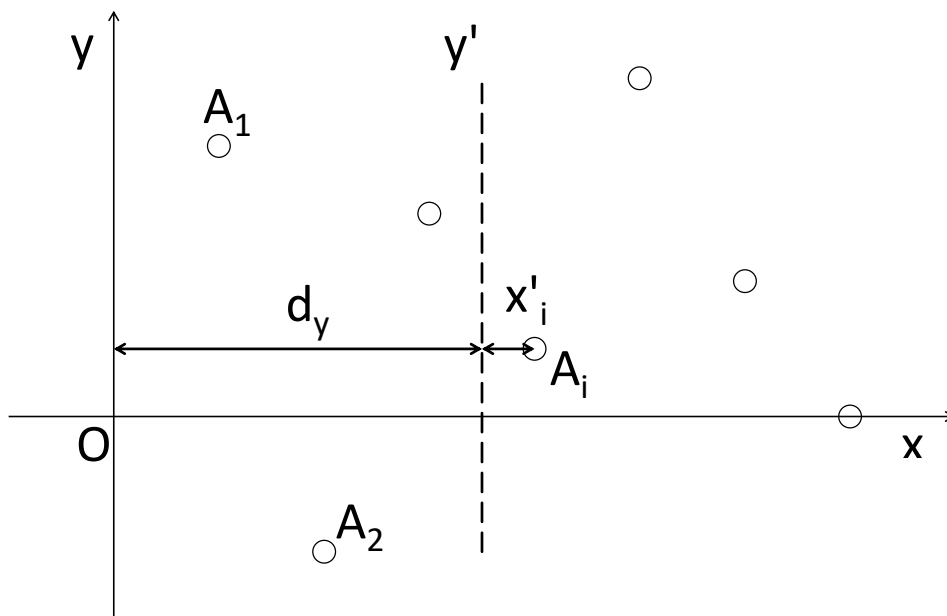
$$S_x = \sum_{i=1}^n A_i (y'_i + d_x)$$

$$S_x = S'_x + A_{\text{tot}} d_x$$

Momento Statico

Calcolo rispetto ad un asse parallelo ad y

Analogamente rispetto all'asse y...



$$x_i = x'_i + d_y$$

$$S_y = \sum_{i=1}^n A_i (x'_i + d_y)$$

$$S_y = S'_y + A_{\text{tot}} d_y$$

Momento Statico

Definizione di Baricentro

Il baricentro G è il punto d'intersezione degli assi x' e y' tali che

$$S'_x = 0$$

$$S'_y = 0$$

Essendo:

$$S_x = S'_x + A_{\text{tot}} d_x$$

$$S_y = S'_y + A_{\text{tot}} d_y$$

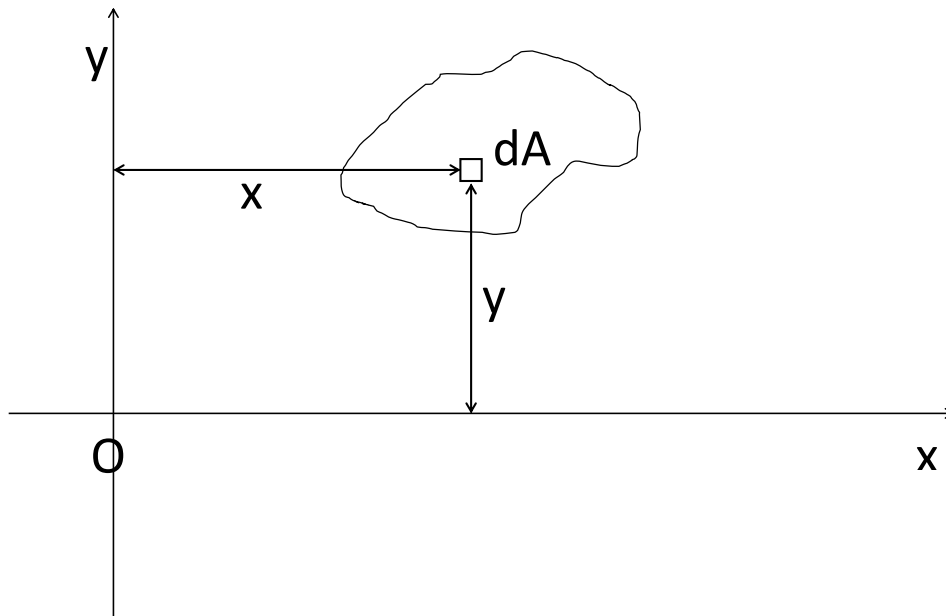
Le distanze d_{Gx} e d_{Gy} del baricentro dagli assi x e y rispetto ai quali è noto il momento statico sono:

$$d_{Gx} = \frac{S_x}{A_{\text{tot}}}$$

$$d_{Gy} = \frac{S_y}{A_{\text{tot}}}$$

Momento Statico

Definizione e Calcolo del Baricentro in caso di superfici



$$S_x = \int_A y dA$$

$$S_y = \int_A x dA$$

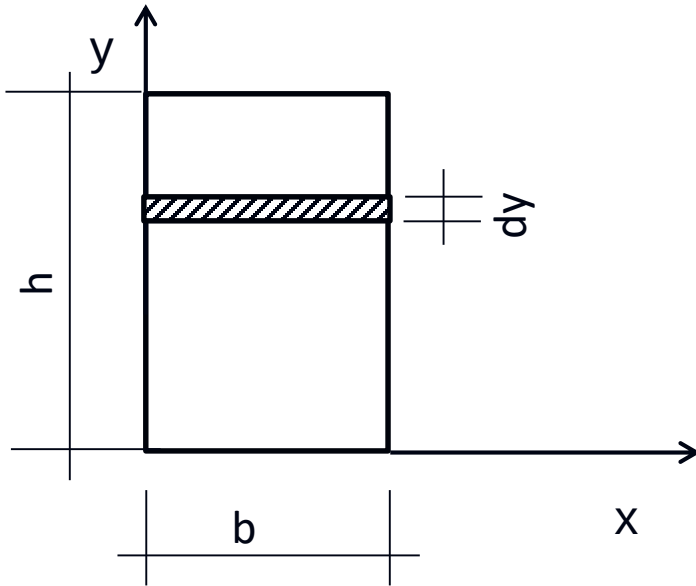
Le distanze d_{Gx} e d_{Gy} del baricentro dagli assi x e y rispetto ai quali è noto il momento statico sono:

$$d_{Gx} = \frac{S_y}{A_{\text{tot}}}$$

$$d_{Gy} = \frac{S_x}{A_{\text{tot}}}$$

Momento Statico

Esempio 1: Momento Statico del rettangolo rispetto a una base

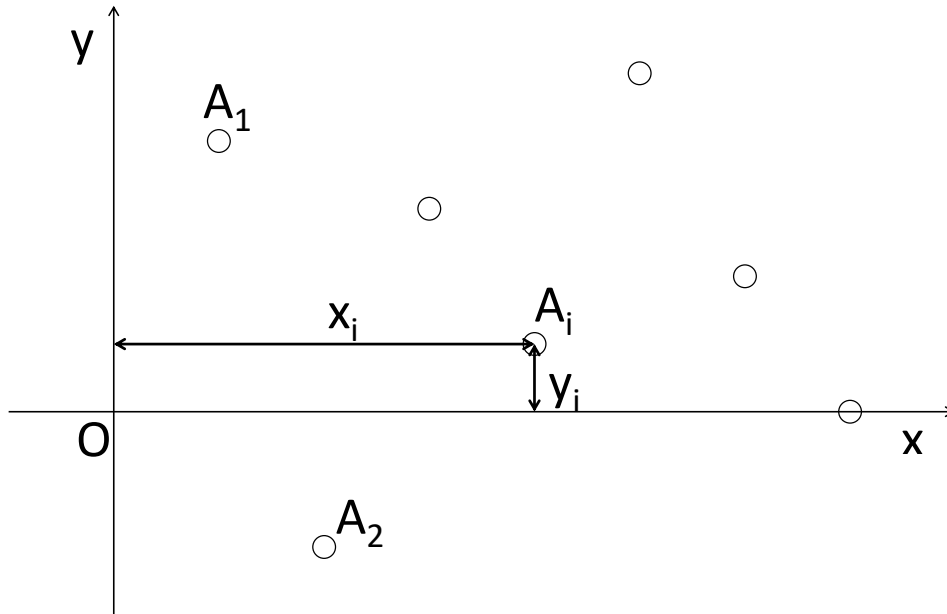


$$S_x = \int_A y dA = \int_0^h y b dy = \frac{1}{2} b y^2 \Big|_0^h = \frac{1}{2} b h^2$$

Momento d'Inerzia

Definizione

Con riferimento ad un insieme di n aree concentrate A_i , si definisce Momento d'inerzia delle Aree rispetto all'asse x

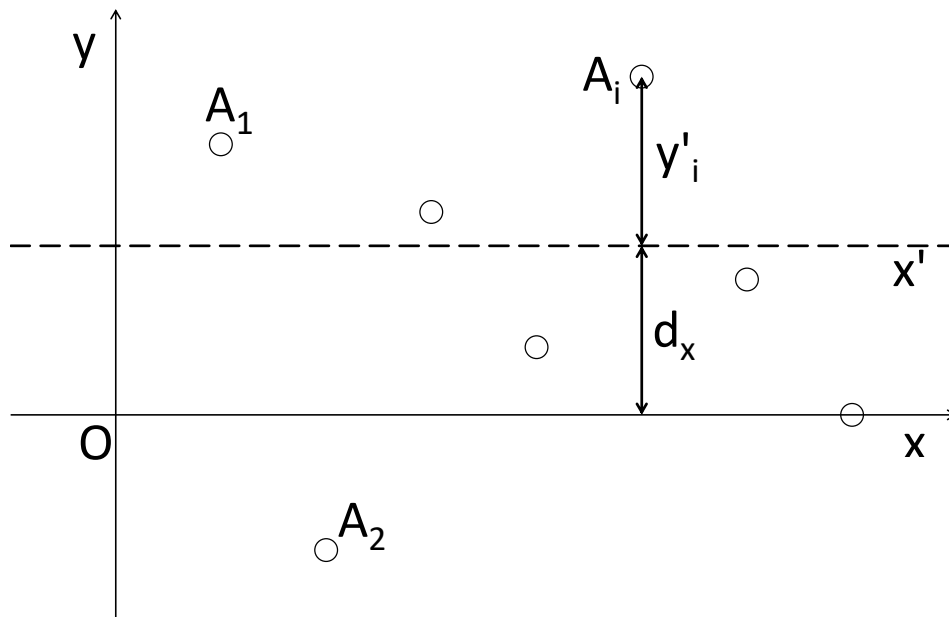


$$I_x = \sum_{i=1}^n A_i y_i^2$$

Momento d'Inerzia

Calcolo rispetto ad un asse parallelo ad x

Con riferimento ad un insieme di n aree concentrate A_i , il momento d'inerzia rispetto ad un asse x' posto a distanza d_x dall'asse x è



$$y_i = y'_i + d_x$$

$$I_x = \sum_{i=1}^n A_i (y'_i + d_x)^2$$

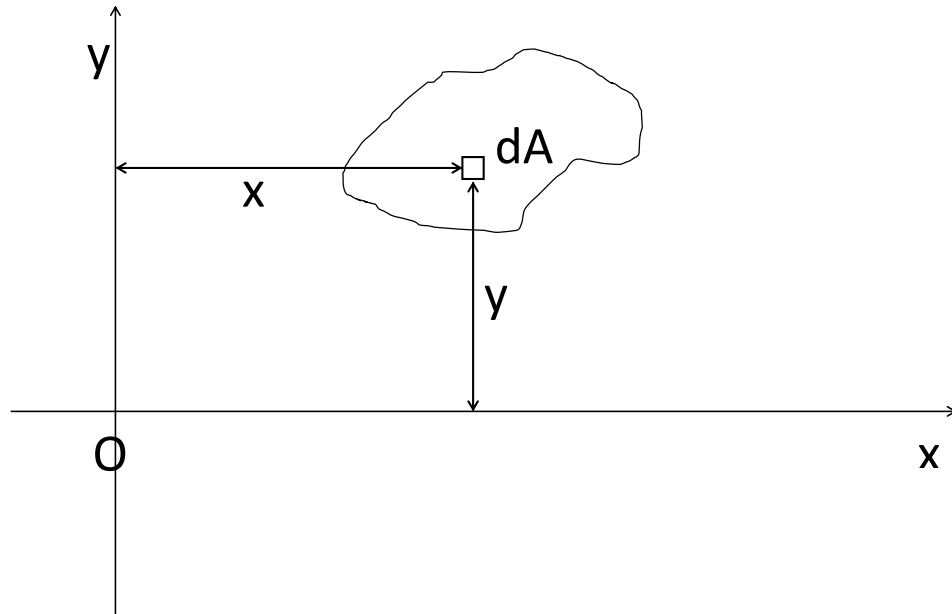
$$I_x = I'_x + 2S'_x + A_{\text{tot}} d_x^2$$

Se l'asse x' è baricentrico $S'_x = 0$ ➡

$$I_x = I'_x + A_{\text{tot}} d_x^2$$

Momento d'Inerzia

Definizione in caso di superfici

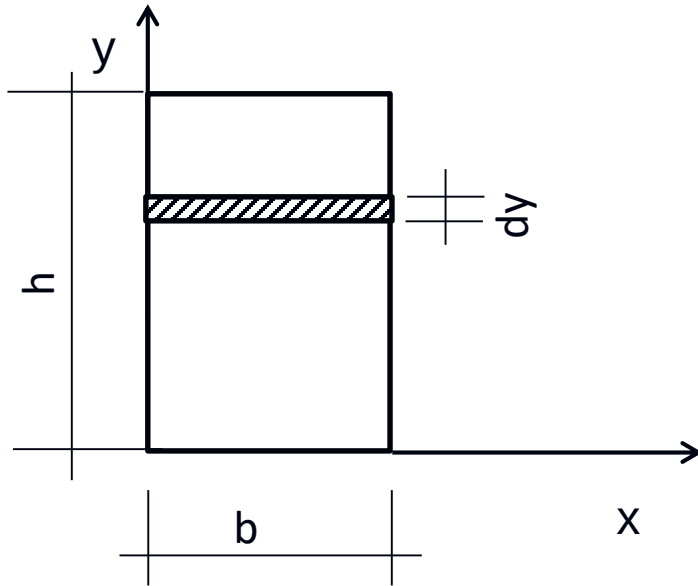


$$I_x = \int_A y^2 dA$$

$$I_y = \int_A x^2 dA$$

Momento d'Inerzia

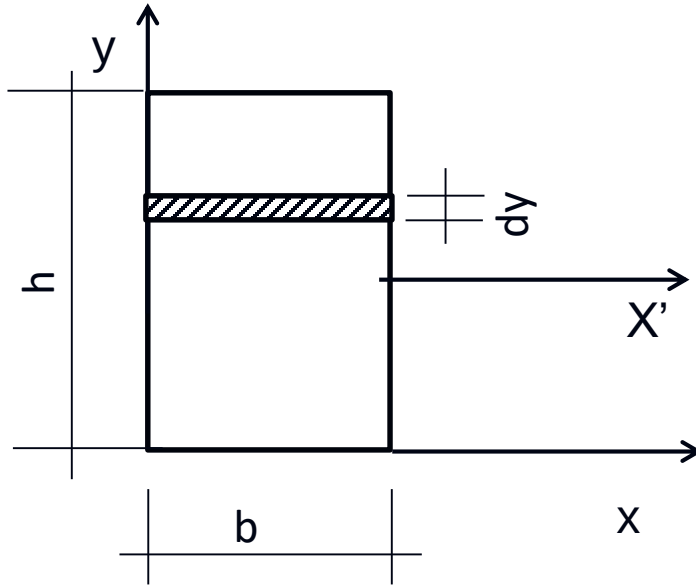
Esempio 2: Momento d'Inerzia del rettangolo rispetto a una base



$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 b dy = \frac{1}{3} b y^3 \Big|_0^h = \frac{1}{3} b h^3$$

Momento d'Inerzia

Esempio 2: Momento d'Inerzia del rettangolo rispetto a una base



$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 b dy = \frac{1}{3} b y^3 \Big|_0^h = \frac{1}{3} b h^3$$

...Rispetto all'asse x' baricentrico

$$I'_x = I_x - A_{\text{tot}} d_x^2$$

$$I'_x = \frac{1}{3} b h^3 - b h \cdot \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} b h^3$$

FINE